Доенин В.В.[1], Давыдовский М.А.[2], Разживайкин И.С.[3], Маркушев Р.Н.[4]

[1]Профессор, доктор технических наук, Российский Университет Транспорта (МИИТ)

[2]Доцент, кандидат технических наук, Российский Университет Транспорта (МИИТ)

[3]Аспирант, Российский Университет Транспорта (МИИТ)

[4]Аспирант, Российский Университет Транспорта (МИИТ)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ В МНОГОМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ НА ТРАНСПОРТНО-ПЕРЕСАДОЧНЫХ УЗЛАХ

Аннотация

Движение пассажиров на транспортно-пересадочных узлах связано часто с риском для здоровья, так как при возникновении непредвиденных ситуаций часто образуется давка, происходят падения на пути движения поездов и эскалаторное полотно, что приводит к получению пассажирами травм. Работу транспортно-пересадочных узлов можно исследовать при помощи компьютерного моделирования. Для построения модели, которая будет максимально корректно отвечать за движение пассажиропотока, необходимо разработать математический аппарат, который будет описывать движение пассажиропотока и который можно будет реализовать в виде алгоритма.

Ключевые слова: движение объектов, многомерное пространство, пассажиропоток, перекресток, моделирование, математическая модель.

В реальном мире движение пассажиропотока происходит в многомерном пространстве и потоки всегда пересекаются, и не только на прямой, но и в поворотах. Необходимо описать движение объекта в пассажиропотоке таким образом, чтобы на основе этого описание можно было построить алгоритм движения для всего пассажиропотока. Математическая модель должна включать в себя:

- набор команд, обеспечивающих процесс передвижения транспортного объекта
- набор условий, обеспечивающий логику движения объекта
- формализованное представление движения объекта (последовательность схематично описанных выражений, отображающих движение объекта)

Одним из самых сложных мест для описания движения транспортных объектов является перекресток. Рассмотрим движение транспортного объекта через перекресток (см. Рис. 1). За движение объекта будет отвечать набор команд (1).

$$\frac{T}{q_i}BST\frac{T}{q_0};\ \frac{T}{q_i}HST\frac{T}{q_0};\ \frac{T}{q_i}\overline{H}L\frac{T}{q_2};\ \frac{T}{q_i}HR\frac{T}{q_1};$$
$$\frac{T}{q_i}\overline{H}ST\frac{T}{q_0};\ \frac{T}{q_i}\overline{H}RE\frac{T}{q_5};\ \frac{T}{q_i}HL\frac{T}{q_2};\frac{T}{q_i}BL\frac{T}{q_2};$$
$$\frac{T}{q_i}BR\frac{T}{q_1};\ \frac{T}{q_i}CST\frac{T}{q_0};\frac{T}{q_i}CL\frac{T}{q_2};\ \frac{T}{q_i}\overline{H}R\frac{T}{q_1}; \tag{1}$$
$$\frac{T}{q_i}CR\frac{T}{q_1};\ \frac{T}{q_i}S_{r0}L\frac{T}{q_6};\ \frac{T}{q_i}S_{r0}ST\frac{T}{q_6};\ \frac{T}{q_i}S_{r0}R\frac{T}{q_6};$$
$$\frac{T}{q_i}S_{r1}L\frac{T}{q_6};\ \frac{T}{q_i}S_{r1}R\frac{T}{q_6};\ \frac{T}{q_i}S_{r1}ST\frac{T}{q_6}.$$

			2	В	В	В				
				В	В	В				
				В	В	В				
				Н	Н	Н				3
В	В	В	Н	С	С	С	Н	В	В	В
В	В	В	Н	С	С	С	Н	В	В	В
Т	В	В	Н	С	С	С	Н	В	В	В
1				Н	Н	Н	5			
				В	В	В				
				В	В	В				
				В	В	В	4			

Рис. 1– Схема движения на перекрестке:

1 – левая часть перекрестка, 2 – верхняя часть перекрестка, 3 – правая часть перекрестка, 4 – нижняя часть перекрестка, 5 – пересечение путей в центре перекрестка.

Движение объекта будет определятся по формуле (2),

$$|S_{i+1}| = |S_i| + \{\gamma, \beta\} \cdot \nu \cdot \tau \tag{2}$$

где – S_{i+1} – следующий набор координат ячейки на схеме занимаемый объектом, S_i – текущий набор координат ячейки на схеме занимаемый объектом, {γ, β} – переменные, которые отвечают за изменение текущей координаты, v – скорость движения, τ –шаг аппроксимации по времени.

Для определения местоположения в пространстве необходимо определять две координаты. Определяться координаты будут с помощью выражения (3).

$$|S_i| = \{\gamma_i, \beta_i\} \tag{3}$$

где γ_i – параметр, отвечающий за координату вдоль оси абсцисс, а β_i – параметр, отвечающий за координату вдоль оси ординат. Для определения на различных отрезках будут использоваться различные наборы условий для определения данных параметров. Условия описываются следующими выражениями:

- при движении из зоны 1 в зону 3 через зону 5, во всех зонах действуют следующие условия (4) и (5)

$$\gamma_{i+1} = \begin{cases} +1, \text{если } Act(i+1) = ST, \gamma_i = +1; \\ +1, \text{если } Act(i+1) = R, \gamma_i = 0; \\ +1, \text{если } Act(i+1) = L, \gamma_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = L, \gamma_i = +1; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = ST, \gamma_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = RE, \gamma_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = R, \gamma_i = +1; \end{cases} \tag{4}$$

$$\beta_{i+1} = \begin{cases} +1, \text{если } Act(i+1) = ST, \beta_i = +1; \\ +1, \text{если } Act(i+1) = RE, \beta_i = -1; \\ +1, \text{если } Act(i+1) = L, \beta_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = L, \beta_i = -1; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = ST, \beta_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = R, \beta_i = +1; \\ -1, \text{если } Act(i+1) = RE, \beta_i = +1; \\ -1, \text{если } Act(i+1) = ST, \beta_i = -1; \\ -1, \text{если } Act(i+1) = R, \beta_i = 0; \end{cases} \tag{5}$$

- при движении из зоны 1 в зону 2 через зону 5, в зоне 1 и в зоне 2 действуют условия (4) и (5), а в зоне 5 действуют следующие условия (6) и (7)

$$\gamma_{i+1} = \begin{cases} +1, \text{если } Act(i+1) = ST, \gamma_i = +1; \\ +1, \text{если } Act(i+1) = R, \gamma_i = 0; \\ +1, \text{если } Act(i+1) = RE, \gamma_i = -1; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = L, \gamma_i = +1; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = ST, \gamma_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = R, \gamma_i = -1; \\ -1, \text{если } Act(i+1) = RE, \gamma_i = +1; \\ -1, \text{если } Act(i+1) = L, \gamma_i = 0; \\ -1, \text{если } Act(i+1) = ST, \gamma_i = -1; \end{cases} \tag{6}$$

$$\beta_{i+1} = \begin{cases} +1, \text{если } Act(i+1) = ST, \beta_i = +1; \\ +1, \text{если } Act(i+1) = R, \beta_i = 0; \\ +1, \text{если } Act(i+1) = L, \beta_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = L, \beta_i = 1; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = ST, \beta_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = R, \beta_i = +1; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = RE, \beta_i = 0; \end{cases} \tag{7}$$

- при движении из зоны 1 в зону 4 через зону 5, в зоне 1 действуют условия (4) и (5), а в зонах 4 и 5 следующие условия (8) и (9)

$$\gamma_{i+1} = \begin{cases} +1, \text{если } Act(i+1) = ST, \gamma_i = +1; \\ +1, \text{если } Act(i+1) = RE, \gamma_i = -1; \\ +1, \text{если } Act(i+1) = L, \gamma_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = R, \gamma_i = +1; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = ST, \gamma_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = L, \gamma_i = -1; \\ -1, \text{если } Act(i+1) = RE, \gamma_i = +1; \\ -1, \text{если } Act(i+1) = R, \gamma_i = 0; \\ -1, \text{если } Act(i+1) = ST, \gamma_i = -1; \end{cases} \tag{8}$$

$$\beta_{i+1} = \begin{cases} 0, \text{если } Act(i+1) = ST, \beta_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = R, \beta_i = -1; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = L, \beta_i = -1; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = RE, \beta_i = 0; \\ -1, \text{если } Act(i+1) = ST, \beta_i = -1; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = R, \beta_i = 0; \\ 0, \text{если } Act(i+1) = L, \beta_i = 0; \end{cases} \qquad (9)$$

Рассмотрим теперь построение последовательности дислокаций на примере движения транспортного объекта по маршруту из зоны 1 в зону 2 до конечной точки S_{r0} через зону 5 (см. Рис. 2)

				В	В	S_{r0}
				В	В	В
				В	В	В
				Н	Н	Н
В	В	В	Н	С	С	С
В	В	В	Н	С	С	С
Т	В	В	Н	С	С	С

Рис. 2 – Схема движения из зоны 1 в зону 2.

Начальная дислокация α_0 представлена следующим выражением (10).

Начальные условия $\gamma_0 = 0$ и $\beta_0 = 0$.

$$\alpha_0 = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & H & H \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & H & C & C & C \\ \frac{T}{q_0} & B & B & H & C & C & C \end{array} \tag{10}$$

Построим последовательность дислокаций:

1. j = 1

$$\frac{T(S_{l0})}{q_0(0)} BST \frac{T\left(S_{r0}(1)\right)}{q_0(1)}$$

$$Act(1) = ST \rightarrow \begin{cases} \gamma_1 = 1 \\ \beta_1 = 0 \end{cases}$$

$$|S_1| = |S_0| + \{\gamma_1, \beta_1\} = \{0,0\} + \{1,0\} = \{1,0\} \rightarrow \|S_1\| = B$$

$$\alpha_1 = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & H & H \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & \frac{T}{q_0} & B & \overline{H} & C & C & C \end{array}$$

2. j = 2

$$\frac{T(B)}{q_0(1)} BST \frac{T\left(S_{r0}(2)\right)}{q_0(2)}$$

$$Act(2) = ST \rightarrow \begin{cases} \gamma_2 = 1 \\ \beta_2 = 0 \end{cases}$$

$$|S_2| = |S_1| + \{\gamma_2, \beta_2\} = \{1, 0\} + \{1, 0\} = \{2, 0\} \rightarrow \|S_2\| = B$$

$$\alpha_2 = \begin{matrix} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & H & H \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & \frac{T}{q_0} & \bar{H} & C & C & C \end{matrix}$$

3. j = 3

$$\frac{T(B)}{q_0(3)} \bar{H} L \frac{T\left(S_{r0}(4)\right)}{q_2(4)}$$

$$Act(3) = L \rightarrow \begin{cases} \gamma_3 = 0 \\ \beta_3 = 1 \end{cases}$$

$$|S_3| = |S_2| + \{\gamma_3, \beta_3\} = \{2, 0\} + \{0, 1\} = \{2, 1\} \rightarrow \|S_3\| = B$$

$$\alpha_3 = \begin{matrix} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & H & H \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & \frac{T}{q_2} & H & C & C & C \\ B & B & B & \bar{H} & C & C & C \end{matrix}$$

4. j = 4

$$\frac{T(B)}{q_2(4)} HR \frac{T\big(S_{r0}(5)\big)}{q_1(5)}$$

$$Act(4) = R \rightarrow \begin{cases} \gamma_4 = 1 \\ \beta_4 = 0 \end{cases}$$

$$|S_4| = |S_3| + \{\gamma_4, \beta_4\} = \{2,1\} + \{1,0\} = \{3,1\} \rightarrow \|S_4\| = H$$

$$\alpha_4 = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & H & H \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & \dfrac{T}{q_1} & C & C & C \\ B & B & B & \bar{H} & C & C & C \end{array}$$

5. j = 5

$$\frac{T(H)}{q_1(5)} CST \frac{T\big(S_{r0}(6)\big)}{q_0(6)}$$

$$Act(5) = ST \rightarrow \begin{cases} \gamma_5 = 1 \\ \beta_5 = 0 \end{cases}$$

$$|S_5| = |S_4| + \{\gamma_5, \beta_5\} = \{3,1\} + \{1,0\} = \{4,1\} \rightarrow \|S_5\| = C$$

$$\alpha_5 = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & H & H \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & H & \dfrac{T}{q_0} & C & C \\ B & B & B & \bar{H} & C & C & C \end{array}$$

6. j = 6

$$\frac{T(C)}{q_0(6)}CST\frac{T\big(S_{r0}(7)\big)}{q_0(7)}$$

$$Act(6) = ST \rightarrow \begin{cases} \gamma_6 = 1 \\ \beta_6 = 0 \end{cases}$$

$$|S_6| = |S_5| + \{\gamma_6, \beta_6\} = \{4, 1\} + \{1, 0\} = \{5, 1\} \rightarrow \|S_6\| = C$$

$$\alpha_6 = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & H & H \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & H & C & \frac{T}{q_0} & C \\ B & B & B & \bar{H} & C & C & C \end{array}$$

7. j = 7

$$\frac{T(C)}{q_0(7)}CL\frac{T\big(S_{r0}(8)\big)}{q_2(8)}$$

$$Act(7) = L \rightarrow \begin{cases} \gamma_7 = 0 \\ \beta_7 = 1 \end{cases}$$

$$|S_7| = |S_6| + \{\gamma_7, \beta_7\} = \{5, 1\} + \{0, 1\} = \{5, 2\} \rightarrow \|S_7\| = C$$

$$\alpha_7 = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & \bar{H} & H \\ B & B & B & H & C & \frac{T}{q_2} & C \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & \bar{H} & C & C & C \end{array}$$

8. j = 8

$$\frac{T(C)}{q_2(8)}\overline{H}R\frac{T\big(S_{r0}(9)\big)}{q_1(9)}$$

$$Act(8) = R \rightarrow \begin{cases} \gamma_8 = 1 \\ \beta_8 = 0 \end{cases}$$

$$|S_8| = |S_7| + \{\gamma_8, \beta_8\} = \{5,2\} + \{1,0\} = \{6,2\} \rightarrow \|S_8\| = C$$

$$\alpha_8 = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & \overline{H} & H \\ B & B & B & H & C & C & \frac{T}{q_1} \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & \overline{H} & C & C & C \end{array}$$

9. j = 9

$$\frac{T(C)}{q_1(9)}HL\frac{T\big(S_{r0}(10)\big)}{q_2(10)}$$

$$Act(9) = L \rightarrow \begin{cases} \gamma_9 = 0 \\ \beta_9 = 1 \end{cases}$$

$$|S_9| = |S_8| + \{\gamma_9, \beta_9\} = \{6,2\} + \{0,1\} = \{6,3\} \rightarrow \|S_9\| = H$$

$$\alpha_9 = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & \overline{H} & \frac{T}{q_2} \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & \overline{H} & C & C & C \end{array}$$

10.j = 10

$$\frac{T(H)}{q_2(10)} BST \frac{T\big(S_{r0}(11)\big)}{q_0(11)}$$

$$Act(10) = ST \rightarrow \begin{cases} \gamma_{10} = 0 \\ \beta_{10} = 1 \end{cases}$$

$$|S_{10}| = |S_9| + \{\gamma_{10}, \beta_{10}\} = \{6,3\} + \{0,1\} = \{6,4\} \rightarrow \|S_{10}\| = B$$

$$\alpha_{10} = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & \frac{T}{q_0} \\ & & & & H & \overline{H} & H \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & \overline{H} & C & C & C \end{array}$$

11.j = 11

$$\frac{T(B)}{q_0(11)} BST \frac{T\big(S_{r0}(12)\big)}{q_0(12)}$$

$$Act(11) = ST \rightarrow \begin{cases} \gamma_{11} = 0 \\ \beta_{11} = 1 \end{cases}$$

$$|S_{11}| = |S_{10}| + \{\gamma_{11}, \beta_{11}\} = \{6,4\} + \{0,1\} = \{6,5\} \rightarrow \|S_{11}\| = B$$

$$\alpha_{11} = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & S_{r0} \\ & & & & B & B & \frac{T}{q_0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & \overline{H} & H \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & \overline{H} & C & C & C \end{array}$$

12.j = 12

$$\frac{T(B)}{q_0(12)} S_{r0} ST \frac{T\big(S_{r0}(13)\big)}{q_6(13)}$$

$$Act(12) = ST \rightarrow \begin{cases} \gamma_{12} = 0 \\ \beta_{12} = 1 \end{cases}$$

$$|S_{12}| = |S_{11}| + \{\gamma_{12}, \beta_{12}\} = \{6,5\} + \{0,1\} = \{6,6\} \rightarrow \|S_{12}\| = S_{r0}$$

$$\alpha_{12} = \begin{array}{ccccccc} & & & & B & B & \frac{T}{q_0} \\ & & & & B & B & B \\ & & & & B & B & B \\ & & & & H & \bar{H} & H \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & H & C & C & C \\ B & B & B & \bar{H} & C & C & C \end{array}$$

α_{12} будет являться последней дислокацией, так как команд для дальнейшего продолжения движения не определено.

Данная математическая модель движения объектов в многомерном пространстве может быть применена к любому транспортно-пересадочному узлу для построения алгоритмического процесса моделирования. В данном представлении движения большую роль играет именно универсальность аппарата, который не требует большой адаптации при конкретной его реализации.

Список литературы / References

1. Введение в абстрактную теорию транспортных процессов и систем. / В. В. Доенин – Москва: Издательство «АЛВИАН», 2005 – 338 с.
2. Модели параллельных процессов в распределённых системах. / В. В. Доенин – Москва: Издательство «Компания Спутник+», 2007 – 344 с.

3. Интеллектуальные транспортные потоки. / В. В. Доенин – Москва: Издательство «Компания Спутник+», 2007 – 308 с.
4. Логика транспортных процессов. / В. В. Доенин – Москва: Издательство «Компания Спутник+», 2008 – 280 с.
5. Логико-разностные модели транспортных процессов. / В. В. Доенин – Москва: Издательство «Компания Спутник+», 2009 – 276 с.
6. Адаптация транспортных процессов. / В. В. Доенин – Москва: Издательство «Компания Спутник+», 2009 – 224 с.
7. Динамическая логистика транспортных процессов. / В. В. Доенин – Москва: Издательство «Компания Спутник+», 2010 – 248 с.
8. Основы абстрактной теории транспортных процессов и систем. / В. В. Доенин – Москва: Издательство «Компания Спутник+», 2011 – 348 с.
9. Моделирование транспортных процессов и систем. / В. В. Доенин – Москва: Издательство «Компания Спутник+», 2012 – 288 с.
10. Ветров Е. В. Моделирование пассажиропотоков на станциях и переходах в метрополитене: автореф. дис. Москва канд. техн. наук. Мос. гос. университет путей сообщ., Москва, 2005.